A66)

Gegeben:

- kontextfreie Sprache L
- reguläre Sprache R

Es seien oBdA. zugehörige Automaten:

- Kellerautomat $A_L = (Q_L, \Sigma, \Gamma, \delta_L, q_0, z_0, F_L)$
- endlicher Automat $A_R = (Q_R, \Sigma, \delta_R, q_0, F_R)$

Σ sei bei beiden Automaten gleich und Obermenge der Alphabete beider Sprachen. Ggf. können Zustandsübergänge die Automaten in einen permanenten Nicht-Endzustand überführen.

Es gilt:

$$(w \in L \cap R) \Leftrightarrow (w \in L \wedge w \in R)$$

Es ist somit für den Nachweis der Kontextfreiheit der Sprache $L \cap R$ ein Kellerautomat A zu konstruieren, der w genau dann akzeptiert, wenn sowohl A_L als auch A_R w akzeptieren.

$$\begin{aligned}
A &:= (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, (q_0, q_0), z_0, F) \\
Q &:= Q_L \times Q_R \\
\delta((q_L, q_R), \epsilon, k) &:= (\delta_L(q_L, \epsilon, k), q_R) \\
\delta((q_L, q_R), c, k) &:= (\delta_L(q_L, c, k), \delta_R(q_R, c)), \quad c \in \Sigma \\
F &:= F_L \times F_R
\end{aligned}$$

Der Zustand dieses Automaten hält die Information über je einen Zustand von A_L und A_R, durch die Konstruktion der δ-Funktion werden beide Automaten unabhängig voneinander simuliert.

Dieser Automat führt akzeptiert per Definition genau dann, falls die Eingabe vollständig gelesen ist, und sich beide Automaten in je einem Endzustand befinden würden.

Dieser Kellerautomat entscheidet somit $L \cap R$, daher ist $L \cap R$ kontextfrei.