A65)

Die Sprachen

$$L_k = \{0^n 1^n 0^n 1^n | n \geqslant k\}$$

sind nicht kontextfrei.

Sei k beliebig, n_{L_k} die Pumpzahl der Sprache L_k.

Setze $z = 0^m 1^m 0^m 1^m \in L_k, m = \max\{n_{L_k}, k\}$.

vx enthält mindestens ein Zeichen, daher ändert sich für $i \neq 1$ für mindestens eine Gruppe von Zeichen (4 Gruppen: 0^n, 1^n, 0^n, 1^n) die Anzahl der Vorkommen des Zeichens.

Da $|vwx| \leqslant n_{L_k} \leqslant m$, kann vwx nur $0^x 1^y$ oder $1^y 0^x$ (incl. 0^x und 1^y) mit $x + y \leqslant m$ sein. Daher kann vwx maximal zwei benachbarte der oben genannten Gruppen teilweise einthalten oder eine Gruppe vollständig enthalten. Durch das Pumpen können sich die nicht berühreten verbleibenden 2–3 Gruppen (enthalten in u und y) nicht ändern, daher entsteht bei jedem Pumpen ein Wort mit unterschiedlichen Größen der Gruppen.

Da die Sprache damit die kontextfreie Pumpeigenschaft nicht hat, ist die Sprache auch nicht kontextfrei. (Satz 3.13)