# A38)

## $\mathcal{NP}$-Vollständigkeit nichttrivialer Sprachen

Es gilt:

> Da alle Probleme $L' \in \mathcal{P} = \mathcal{NP}$ in polynomieller Zeit berechenbar ist, können Probleme $L'$ auch polynomiell auf ein beliebiges Problem $L \in \mathcal{P} = \mathcal{NP}$ mit $\emptyset \neq L \neq \{0,1\}^*$ reduziert werden. [1]

Damit folgt:

> Jedes Problem in $L \in \mathcal{P} = \mathcal{NP}$ mit $\emptyset \neq L \neq \{0,1\}^*$ ist $\mathcal{NP}$-schwer, damit auch $\mathcal{NP}$-vollständig.

Anmerkung:

> Für $L = \emptyset$ und $L = \{0,1\}^*$ gilt dies nicht, da hier der Entscheider für $L$ entweder nur akzeptiert oder nur verwirft, sodass eine Reduktion einer nichttrivialen Sprache nicht möglich ist, da jeweils die Möglichkeit zum Akzeptieren oder zum Verwerfen fehlt.

## Vermutung über SAT $\leq_p \{0,1\}$

$$\mathcal{P} = \mathcal{NP} \tag{I}$$
$$\Rightarrow \text{SAT} \leq_p \{0,1\} \tag{II}$$

Da das $\mathcal{P}$-$\mathcal{NP}$-Problem (I) in die Liste der Millenium-Probleme aufgenommen wurde, ist davon auszugehen, dass $\neg$(II) bislang nicht bewiesen werden konnte, da sonst offensichtlich $\neg$(I) gelten würde.

Da SAT $\mathcal{NP}$-vollständig ist, würde aus der Vermutung von (II) die Vermutung über (I) folgen.

Die Richtigkeit der Folgerung (II) ist demnach wie auch (I) aktuell nicht bekannt und möglicherweise auch relativ widerspruchsfrei zu den vorausgesetzten Axiomen, sodass sich keine sinnvolle Vermutung treffen lässt.

[Korrektur] *Sinnvolle Vermutungen gibt es trotzdem (insgesamt 2).*

[1] Als Reduktionsfunktion kann $f : x \mapsto y$ mit $y \in L$ (in $\mathcal{O}(1)$) falls $x \in L'$ (in $\mathcal{P}$), $f : \overline{x} \mapsto \overline{y}$ mit $\overline{y} \notin L$ (in $\mathcal{O}(1)$) falls $\overline{x} \notin L'$ (in $\mathcal{P}$) verwendet werden.