A39)

a)

$SAT = \{\langle\Phi\rangle \,|\Phi \text{ ist erfüllbare KNF}\}$
zZ: $SAT \leq_p H$

$$f(x) = \begin{cases} \text{falls } x = \langle\Phi\rangle \in KNF & : \left\langle FM_{\langle\Phi\rangle} \right\rangle \\ \text{sonst} & : \langle I \rangle \end{cases}$$

I:

1. Endlosschleife

$FM_{\langle\Phi\rangle}$:

1. für alle möglichen Belegungen κ der in Φ enthaltenen Atome:
2. wenn Belegung κ Φ erfüllt:
3. halte
4. Endlosschleife

$$\begin{aligned} x = \langle\Phi\rangle \in SAT &\Rightarrow f(x) = \left\langle FM_{\langle\Phi\rangle} \right\rangle \\ &\Rightarrow FM_{\langle\Phi\rangle} \text{ hält} \\ &\Rightarrow f(x) \in H \\ x = \langle\Phi\rangle \in KNF \wedge \langle\Phi\rangle \notin SAT &\Rightarrow f(x) = \left\langle FM_{\langle\Phi\rangle} \right\rangle \\ &\Rightarrow FM_{\langle\Phi\rangle} \text{ hält nicht} \\ &\Rightarrow f(x) \notin H \\ x \notin KNF &\Rightarrow f(x) = \langle I \rangle \\ &\Rightarrow I \text{ hält nicht} \\ &\Rightarrow f(x) \notin H \end{aligned}$$

b)

Da wir mit der Masterreduktion (siehe Vorlesung) schon gezeigt haben, dass SAT NP-schwer ist und NP-Schwere transitiv ist können wir daraus folgern, dass auch H NP-schwer ist.
H kann nicht NP-vollständig sein, da zusätzlich zu $SAT \leq_p H$, $H \in NP$ gelten müsste. Da H aber nicht entscheidbar ist, ist $H \notin NP$