

## A25)

a)

$\mathbb{Z}$ :

$L_1 = \{(\langle M \rangle, \langle M' \rangle) \mid \text{für jede Eingabe, für die } M \text{ hält, hält } M' \text{ nicht, und umgekehrt.}\}$

ist unentscheidbar.

$$f(x) = \begin{cases} (\langle FM1_{\langle M \rangle} \rangle, \langle FM2_{\langle M \rangle} \rangle) & \text{falls } x = \langle M \rangle \\ \text{Müll} & \text{sonst} \end{cases}$$

mit Müll  $\notin L_1$ .

$FM1_{\langle M \rangle}$ :

1. Eingabe  $z$
2. starte M mit  $\epsilon$
3. falls erstes Zeichen von  $z = 0$
4. halte
5. sonst
6.  $\infty$ -Schleife

$FM2_{\langle M \rangle}$ :

1. Eingabe  $z$
2. starte M mit  $\epsilon$
3. falls erstes Zeichen von  $z \neq 0$
4. halte
5. sonst
6.  $\infty$ -Schleife

$$x \in H_\epsilon \Rightarrow f(x) = (\langle FM1_{\langle M \rangle} \rangle, \langle FM2_{\langle M \rangle} \rangle) \wedge M \text{ gest. mit } \epsilon \text{ hält}$$

$$\Rightarrow \text{entweder } FM1_{\langle M \rangle} \text{ oder } FM2_{\langle M \rangle} \text{ hält je Eingabe}$$

$$\Rightarrow (\langle FM1_{\langle M \rangle} \rangle, \langle FM2_{\langle M \rangle} \rangle) \in L_1$$

$$x \notin H_\epsilon \Rightarrow \begin{cases} x \neq \langle M \rangle & \Rightarrow f(x) = \text{Müll} \notin L_1 \\ x = \langle M \rangle \wedge \langle M \rangle \notin H_\epsilon & \Rightarrow f(x) = (\langle FM1_{\langle M \rangle} \rangle, \langle FM2_{\langle M \rangle} \rangle) \notin L_1 \end{cases} \quad [\dots]$$

[Korrektur] ... weil sowohl  $FM1_{\langle M \rangle}$  als auch  $FM2_{\langle M \rangle}$  für keine Eingabe halten

**b)**

$\mathbb{Z}$ :

$L_2 = \{\langle M \rangle w \mid w = \text{bin}(k), k \in \mathbb{N}, \text{ es gibt genau } k \text{ versch. Eingaben, für die } M \text{ hält}\}$

ist unentscheidbar.

$$f(x) = \begin{cases} \langle FM_{\langle M \rangle} \rangle 1 & \text{falls } x = \langle M \rangle \\ \langle I \rangle 1 & \text{sonst} \end{cases}$$

$FM_{\langle M \rangle}$ :

1. Eingabe  $z$
2. falls  $z = 1$
3. starte  $M$  mit  $\epsilon$
4. sonst
5.  $\infty$ -Schleife

$I$ :

1. Eingabe  $z$
2.  $\infty$ -Schleife

$x \in H_\epsilon \Rightarrow f(x) = \langle FM_{\langle M \rangle} \rangle$  und  $M$  gest. mit  $\epsilon$  hält

$\Rightarrow FM_{\langle M \rangle}$  hält genau für eine Eingabe

$\Rightarrow \langle FM_{\langle M \rangle} \rangle 1 \in L_2$

$x \notin H_\epsilon \Rightarrow \begin{cases} x \neq \langle M \rangle & \Rightarrow f(x) = \langle I \rangle 1 \notin L_2 \\ x = \langle M \rangle \wedge \langle M \rangle \notin H_\epsilon & \Rightarrow f(x) = \langle FM_{\langle M \rangle} \rangle 1 \notin L_2 \quad [\dots] \end{cases}$

[Korrektur] ... da  $FM_{\langle M \rangle}$  für keine Eingabe hält