**Klausur Braindump***

# Berechenbarkeit und formale Sprachen

Wintersemester 2019

## 1 Wissensfragen

Zeigen oder wiederlegen Sie die folgenden Aussagen (die jeweiligen Beweise sind äußerst kurz). Schrieben Sie "**Stimmt**" oder "**Stimmt nicht**":

a) Die Sprache $L_1 = \{a^i b^j \mid i, j \in \mathbb{N}, i > 0, j > 1\}$ hat die kontextfreie Pumpeigenschaft **nicht**.

b) Die Sprache

$$L = \{\langle \Phi, c \rangle \mid \Phi \text{ ist eine KNF, die für die Belegung } c \text{ erfüllt ist}\}$$

ist in Polynomzeit entscheidbar.

c) Es existiert ein $L \in NP$ mit $H \leq_p L$

## 2 Halteproblem

a) Geben sie die Definition des initialen Halteproblems an:

$\mathrm{H}_\varepsilon := \{$

b) Beweisen Sie mittels Reduktion, daß die Sprache

$\mathrm{L}_{2b} = \{\langle M \rangle \mid$ M ist deterministische 1-Band-TM, für die
(i) mindestens eine Eingabe y mit $|y| > 7$ und $|y|$ prim existiert, so daß M hält
(ii) mindestens eine Eingabe z mit $|z| > 7$ und $|z|$ prim existiert, so daß M nicht hält
$\}$

nicht entscheidbar ist. Benutzen sie dazu $\mathrm{H}_\varepsilon$.

[*] *Wie Immer:* Keine Garantie auf Richtigkeit. Angaben werden zum meisten Teil vereinfacht wiedergegeben. Fehler und Verbesserungen via Gitlab melden: `https://gitlab.cs.fau.de/ur48iwap/bfsdump-ws19`.

## 3 Reguläre Pumpeigenschaft

a) Geben sie die *regulaere Pumpingeigenschaft* an:

Eine Sprache hat die reguläre Pumpingeigenschaft wenn...

b) Zeigen sie **durch direkte Anwendung der Definition**, daß die Sprache

$$L_{3b} = \{\, a \mid a \in \{0,1\}^*\,,\ |a| = k \geq 4,\ a = a_1 a_2 ... a_{k-1} a_k,\ \exists i \in \mathbb{N}, 1 \leq i < k : a_i = a_{i+1}\}$$

die reguläre Pumpeigenschaft hat.

*Kleiner Hinweis*: Vergessen Sie bei der Wahl von $n_L$ nicht den Pumpfall $i = 0$.

c) Sei $z^{bc}$ das *binary complement* zu $z$.

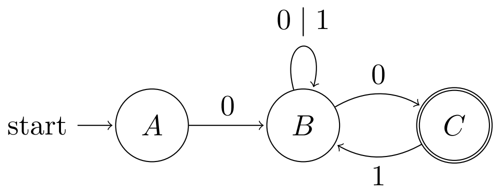
Zeigen sie **durch direkte Anwendung der Definition**, daß die Sprache

$$L_{3c} = \left\{ zz^{bc} \mid z \in \{0,1\}^* \right\}$$

die reguläre Pumpeigenschaft **nicht** hat.

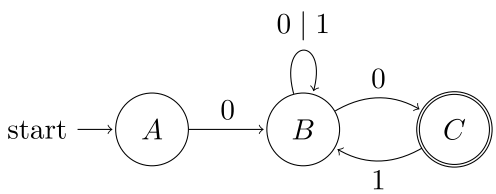
## 4 Automaten

a) Gegeben sei der folgende nichtdeterminischtische endliche Automat $A_1$ mit $\Sigma = \{0,1\}$:




Konstruieren Sie mit dem Verfahren aus der Vorlesung (es muß erkennbar sein!) einen zu $A_1$ äqivalenten deterministischen endlichen Automaten. Zeichnen sie nur die vom Startzusatand erreichbaren Zustände, diese aber alle. Führen Sie keine „Vereinfachungen“ durch.

b) Gegeben sei nochmal der folgende nichtdeterminischtische endliche Automat $A_1$ über $\Sigma = \{0,1\}$:



Stellen Sie zu diesem ein Gleichungssystem auf:

$$A = 0\,B$$
$$B =$$
$$C =$$

c) Lösen sie das obige Gleichungssystem, sodass für jede Variable ein regulärer Ausdruck entsteht. Welche Variable beschreibt den regulären Ausdruck?

## 5 Kontextfreie Sprache

a) Geben Sie die rekursive Definition des CYK-Algorithmus formal an:

$i = j$

$$V(i,i) :=$$

$i < j$

$$V(i,j) :=$$

b) Gegeben Sei die folgende Grammatik $G = (V, \Sigma, \mathcal{P}, S)$,

$$S \to AB \mid BC$$
$$A \to BA \mid a$$
$$B \to CC \mid b$$
$$C \to AB \mid a$$

Vervollständigen Sie die Tabelle. Woher wissen sie das $w \in L(G)$?

| a | b | a | b | a |
|---|---|---|---|---|
| {A,C} | {B} | {A,C} | {B} | {A,C} |
| {S} | {S,A} | {S} | {S,A} | |
| {} | {S,C} | {} | | |
| {B} | V(2,5) | | | |
| V(1,5) | | | | |

c) Zeichnen Sie den Syntaxbaum für das Wort *ababa*

## 6 Reduktion

a) Geben sie die Definition für VertexCover an:

VC := {

Falls sie dabei Begriffe wie "Knotenüberdeckung" verwenden, müssen diese entsprechend definiert werden.

b) Gegeben ist die Sprache

$$L_{3b} = \{\, a \mid a \in \{0,1\}^*\,,\ |a| = k \geq 4,\ a = a_1 a_2 ... a_{k-1} a_k,\ \exists i \in \mathbb{N}, 1 \leq i < k : a_i = a_{i+1}\}$$

Zeigen Sie das $\mathrm{L}_{3b} \leq_p$ VC gilt.

c) Angenommen P = NP. Zeigen sie, daß VC $\leq_p \mathrm{L}_{3b}$

Begründen Sie unter Verwendung der Definition von NP-Vollständigkeit, daß $\mathrm{L}_{3b}$ dann NP-vollständig ist. Verwenden Sie hierzu die Definition der NP-Vollständigkeit.