Grundlagen der Logik in der Informatik
Klausur WS15/16 Braindump

1. Aussagenlogik

Zu zeigen durch Wahrheitstabellen, für falsche Aussagen genügt ein Gegenbeispiel.
a) $(A \to C) \wedge (B \to C) \models (A \vee B) \to C$
b) $\neg(A \to B) \wedge B \models A$
c) $\neg B \models \neg(A \to B)$
d) $\top \models (A \to B) \vee (B \to A)$

2. Prädikatenlogik

Gegeben:
Konvex: Strecke zwischen zwei Punkten ist im Gebiet.
G(g): ist g ein Gebiet?
P(p): ist p ein Punkt?
S(s): ist s eine Strecke?
I(a,b): ist a in b enthalten? z.B. Punkt auf Strecke, Punkt in Gebiet, Strecke in Gebiet.

Formalisieren:
a) Jedes Gebiet ist konvex.
b) Der Durchschnitt zweier Gebiete ist wieder ein Gebiet.
c) Jedes Gebiet besteht aus höchstens einem Punkt oder mindestens dreien.
d) Je zwei Punkte liegen auf einer gemeinsamen Strecke.

3. Unifikation

$f(h(z), g(x), w) = f(w, z, h(h(x)))$

4. Resolution

$(\forall x.\forall y.R(x,y) \to \exists z.S(x,z) \wedge S(z,y))$
$\wedge(\forall x.\forall y.S(x,y) \wedge P(x) \to P(y))$
$\to \forall x.\forall y.R(x,y) \wedge P(x) \to P(y)$

5. Natürliche Deduktion

$\neg\forall y.R(z,y) \to P(y)$

herleiten aus den beiden Aussagen

$\forall x.\exists y.R(x,y)$
$\forall y.R(z,y) \to \neg P(y)$

6. Induktion

Sei $\Sigma = \{\text{zero}/0, \text{one}/0, \text{mult}/2\}$ und sei $\mathfrak{M}$ ein Σ-Modell, so dass $\mathfrak{M} = \mathbb{N}$, $\mathfrak{M}[\![\text{one}]\!] = 1$, $\mathfrak{M}[\![\text{zero}]\!] = 0$ und für alle $x, y \in \mathbb{N}$:

$\mathfrak{M}[\![\text{mult}]\!](x,y) = x \cdot y$

Zeigen Sie durch Induktion über E, dass für jeden Term E (möglicherweise mit freien Variablen) und jede Umgebung η gilt: Wenn $\mathfrak{M}[\![\text{E}]\!]\eta$ gerade und ungleich 0 ist, dann existiert eine Variable $x \in \text{FV}(E)$, sodass $\eta(x)$ gerade ist.