Probeklausur Mathematik für Ingenieure C 4, Dr. W. Rathmann

Aufgabe 1 **(10 Punkte)**

Die nachfolgende Tabelle gibt die FTP-Statistik eines Servers über einen gewissen Zeitraum an.

von/nach	i	Übertragungsvolumen v_i	Anzahl a_i der übertragenen Dateien	Durschnittliche Dateigröße x_i
A	1	1800	15	120
B	2	19000	25	760
C	3	14400	60	240

a) Bestimmen Sie die durschnittliche Dateigröße x_d über alle Übertragungen. Bestimmen Sie den Median und die Quartiele für die Daten in den letzten beiden Spalten.

b) Verallgemeinern Sie das Ergebnis aus a) für n-Zielserver.

b1) in Abhängigkeit von x_i und a_i,

b2) in Abhängigkeit von x_i und v_i.

c) Interpretieren Sie b1) als gewichtetes arithmetische Mittel $\sum_{i=1}^{n} \omega_i x_i$ und b2) gewichtetes harmonisches Mittel $\left(\sum_{i=1}^{n} \frac{\omega_i}{x_i}\right)^{-1}$ und geben Sie jeweils ω_i an.

Aufgabe 2 **(10 Punkte)**

Ein Student fährt täglich mit dem Fahrrad zur Uni. Er kommt mit einer Wahrscheinlichkeit $0,1 < \alpha < 0,5$ pünktlich (V) [bzw. mit der Wahrscheinlichkeit $1-\alpha$ zu spät (S)] an, wenn er beim letzten Mal pünktlich kam. Ist er dagegen beim letzten Mal zu spät angekommen, dann kommt er mit Wahrscheinlichkeit $0.1 < \beta < 0.5$ wiederum zu spät.

a) Zeichnen Sie den Übergangsgraphen.

b) Geben Sie die Übergangsmatrix P an und zeigen Sie, dass die Matrix P die Eigenwerte 1 und $(\alpha+\beta)-1$ besitzt.

c) Besitzt die homogene Markow-Kette einen Gleichgewichtsverteilung und geben Sie diese ggf. an.

d) Bestimmen Sie P^n.

Aufgabe 3 **(10 Punkte)**

In einer Getränkeabfüllanlage wird Limonade (L), Kola (K) und Wasser (W) abgefüllt. Der Abfüllprozess unterliegt natürlichen Schwankungen, die stoachstisch unabhängig normalverteilt seien. L sei $\mathcal{N}(0,\frac{1}{2})$, K sei $\mathcal{N}(0,1)$ und W sei $\mathcal{N}(0,\frac{1}{4})$ normalverteilt.
Durch Benutzung derselben Maschinen kommt es zu Folgefehlern:

$$\begin{aligned} Z_1 &= aL + 2K + 1, \\ Z_2 &= 5L - K + aW, \end{aligned}$$

mit einer reellen Maschinengröße a.

a) Berechnen Sie die Kovarianzmatrix des Zufallsvektors $Z = (Z_1, Z_2)$.

b) Geben Sie die Riemann-Dichte von Z an.

c) Bestimmen Sie die Randverteilungen Z_i, $i = 1, 2$.

d) Geben Sie die Kovarianz $\text{Kov}(Z_1, Z_2)$ an und interpretieren Sie diese (in Abhängigkeit von a).

Aufgabe 4 **(10 Punkte)**

a) 30% der Patienten, die an einer speziellen Krankheit erkrankt sind, reagieren positiv auf ein von der Krankenschwester verabreichtes Placebo. Bei einem Experiment mit 10 Patienten soll überprüft werden, ob sich die Wirkung des Placebos ändert, wenn es vom Oberarzt überreicht wird.

a) Welcher Verteilung unterliegt die Zufallsvariable

$$X = \text{„Anzahl der Patient, die auf Placebo ansprechen“?}$$

b) Geben Sie den Hypothesentest an. Wie wählen Sie den kritischen Bereich, wenn die Irrtumswahrscheinlichkeit nicht größer als 5% sein darf.

b) Ein Hausmeister kontrolliert in einem großen Gebäude wöchentlich die Glühbirnen und wechselt die ausgebrannten Birnen aus. In der k-ten Woche von insgesamt m Wochen hat er n_k Birnen ausgetauscht. Schätzen Sie die mittlere Brenndauer der Glühbirnen, wenn sich im Gebäude insgesamt N Birnen befinden, die alle vom gleichen Typ sind und deren Brenndauer st.u. und identisch -Exp(λ)-verteilt sind. Da die Exponentialverteilung kein Gedächtnis hat, tun Sie so, als ob am Ende jederWoche alle Birnen neu eingesetzt werden.