

Bearbeitungszeit 90 Minuten. Alle papierbasierten Hilfsmittel zugelassen.

### Aufgabe 1 [8 Punkte]

4 Kugeln werden zufällig auf 8 in einer Reihe stehenden Schubladen verteilt. In jede Schublade darf dabei höchstens eine Kugel gelegt werden. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens zwei benachbarte Schubladen belegt werden?

### Aufgabe 2 [8 Punkte]

$X$  und  $Y$  seien stochastisch unabhängige  $\mathbb{N}_0$ -wertige Zufallsvariable auf einem Wahrscheinlichkeitsraum  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ , deren Verteilungen die Wahrscheinlichkeitsfunktionen  $f^X$  bzw.  $f^Y$  besitzen, und  $Z$  die durch  $Z(\omega) = X(\omega) + Y(\omega)$  gegebene Zufallsvariable.

Zeigen Sie, dass die Verteilung von  $Z$  die Wahrscheinlichkeitsfunktion

$$f^Z(n) = f^X * f^Y(n) = \sum_{k=0}^n f^X(k) f^Y(n-k)$$

besitzt.

### Aufgabe 3 [8 Punkte]

Geben Sie an für welchen Wert der Konstanten  $c$  die folgende Funktion die Dichte zu einer eindimensionalen Verteilung ist:

$$f(x) = \begin{cases} cx(1-x) & \text{für } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Berechnen Sie außerdem Mittelwert und Varianz dieser Verteilung.

### Aufgabe 4 [8 Punkte]

Die Zufallsvariablen  $X_1$  und  $X_2$  sind stochastisch unabhängig und uniform verteilt im Intervall  $[0, 1]$ . Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses  $(X_1 X_2 \leq 1/2)$ .