GLoIn Merkhilfe

$\phi \to \psi \equiv \neg\phi \vee \psi$ $\quad \neg(\phi \to \psi) \equiv \phi \wedge \neg\psi$ $\quad \neg(\phi \wedge \psi) \equiv \neg\phi \vee \neg\psi$ $\quad \phi \wedge \psi \equiv \neg(\neg\phi \vee \neg\psi)$ $\quad \neg(\phi \vee \psi) \equiv \neg\phi \wedge \neg\psi$ $\quad \phi \vee \psi \equiv \neg(\neg\phi \wedge \neg\psi)$

$\neg(\forall x.\phi) = \exists x.\neg\phi$ $\quad \neg(\exists x.\phi) = \forall x.\neg\phi$

CNF: außen $\wedge$, innen $\vee$, DNF: außen $\vee$, innen $\wedge$, immer aus NNF

CNF: $\mathrm{CNF}(\phi \wedge \psi) \equiv \mathrm{CNF}(\phi) \wedge \mathrm{CNF}(\psi)$ $\quad \mathrm{CNF}((\phi \wedge \psi) \vee \chi) \equiv \mathrm{CNF}(\phi \vee \chi) \wedge \mathrm{CNF}(\psi \vee \chi)$ $\quad \mathrm{CNF}(\phi) \equiv \phi$

DNF: $\mathrm{DNF}(\phi \vee \psi) \equiv \mathrm{DNF}(\phi) \vee \mathrm{DNF}(\psi)$ $\quad \mathrm{DNF}((\phi \vee \psi) \wedge \chi) \equiv \mathrm{DNF}(\phi \wedge \chi) \vee \mathrm{DNF}(\psi \wedge \chi)$ $\quad \mathrm{DNF}(\phi) \equiv \phi$

Beweise mittels Resolution, dass aus bla bla folgt: Verneinen, Implikation, NNF, CNF, Resolutionsverfahren

andere Resultion: NNF, Pränexe Normalform($\exists$,$\forall$ vorne), Skolemform (keine $\exists$; **Abhängigkeiten**), Resolution

$x \to a$ ✓ $\quad x \to f(y)$ ✓ $\quad f(x) \to f(y)$ (also $x \to y$) ✓ $\quad \cancel{f(x) \to a}$

Verbesserte Resolution: $\left.\begin{array}{l}\text{UP: ein Literal einzeln in einer Klausel} \\ \text{PLE: ein Literal kommt nur A xor } \neg\text{A vor}\end{array}\right\}$ κ setzen, streichen: $\begin{array}{c}\text{gleich} \to \text{ganze Klausel} \\ \text{Gegenteil} \to \text{nur Literal}\end{array}$

leere Klauselmenge: erfüllbar/konstistent; leere Klausel: unerfüllbar/inkonsistent

Freie Variablen:

$$
\begin{aligned}
FV(x) &= \{x\} \\
FV(f(E_1,\ldots,E_n)) &= \bigcup_{i=1}^{n} FV(E_i) \\
FV(E = D) &= FV(E) \cup FV(D) \\
FV(P(E_1,\ldots,E_n)) &= \bigcup_{i=1}^{n} FV(E_i) \\
FV(\neg\phi) &= FV(\phi) \\
FV(\phi \to \psi) &= FV(\phi) \cup FV(\psi) \\
FV(\phi \wedge \psi) &= FV(\phi) \cup FV(\psi) \\
FV(\phi \vee \psi) &= FV(\phi) \cup FV(\psi) \\
FV(\forall x(\phi)) &= FV(\phi) \setminus \{x\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(E = D)\sigma &= (E\sigma = D\sigma) \\
P(E_1,\ldots,E_n)\sigma &= P(E_1\sigma,\ldots,E_n\sigma) \\
(\neg\phi)\sigma &= \neg(\phi\sigma) \\
(\phi \wedge \psi)\sigma &= \phi\sigma \wedge \psi\sigma \\
(\phi \vee \psi)\sigma &= \phi\sigma \vee \psi\sigma \\
\forall x(\phi))\sigma &= \forall y(\phi\sigma') \\
\exists x(\phi))\sigma &= \exists y(\phi\sigma')
\end{aligned}
$$

$$\sigma(x) = \begin{cases} E_i & \text{wenn } x = x_i \\ x & \text{sonst} \end{cases}$$

Unifikationsalgorithmus

(delete) $S \cup \{x \doteq x\} \quad \to S$

z.B. $\{(a+b) \doteq y \doteq y\} \xrightarrow{delete} \{(a+b) \doteq y\}$

(decomp) $S \cup \{f(E_1,...,E_n) \doteq f(D_1,...,D_n)\} \to S \cup \{E_1 \doteq D_1,...,E_n \doteq D_n\}$

z.B. $\{f(x+y,z) \doteq f(a,b)\} \xrightarrow{decomp} \{x+y \doteq a, z \doteq b\}$

(conflict) $S \cup \{f(E_1,...,E_n) \doteq g(D_1,...,D_m)\} \to \bot$

z.B. $\{f(x,y) \doteq f(a)\} \to \bot$

(orient) $S \cup \{E \doteq x\} \to S \cup \{x \doteq E\}$ (E keine Variable)

z.B. $\{f(a,b) \doteq x\} \to \{x \doteq f(a,b)\}$

(occurs)/(elim) $S \cup \{x \doteq E\} \to$ in zwei Fällen:

$$\begin{cases} \bot & x \in FV(E), x \neq E \\ S[E/x] \cup \{x \doteq E\} & x \notin FV(E), x \in FV(S) \end{cases}$$

z.B.: $\{x = f(x,a), f(x,b) \doteq b\}$ *elim* falsch, da $x \in FV(f(x,y)) \xrightarrow{occurs} \bot$

z.B.: $\{x \doteq 0, y \doteq s(x)\} \xrightarrow{elim} \{x \doteq 0, y \doteq s(0)\} \Rightarrow \sigma = [0/x, s(0)/y]$