

**Nützliche Konstanten**

Astronomische Einheit	$1 \text{ AU} = 150 \times 10^6 \text{ km} = 1.5 \times 10^{11} \text{ m}$
Parsec	$1 \text{ pc} = 206265 \text{ AU} = 3.09 \times 10^{16} \text{ m}$
Gravitationskonstante	$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$
Sonnenmasse	$M_{\odot} = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$
Sonnenleuchtkraft	$L_{\odot} = 3.9 \times 10^{26} \text{ J s}^{-1}$
Lichtgeschwindigkeit	$c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
Hubble Konstante	$H_0 = 72 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$
Entfernung des galaktischen Zentrums	$d_{\text{GC}} = 8 \text{ kpc}$
kosmologische Rotverschiebung	$\frac{R(t_e)}{R(t_0)} = \frac{1}{z + 1}$

**Frage 1: Endstadien der Sternentwicklung**

Weißer Zwerge, Neutronenstern und Schwarze Löcher sind die möglichen Endzustände der Sternentwicklung.

- a) Geben sie typische Radien von Weißen Zwergen, Neutronensternen und stellaren Schwarzen Löchern an. .... (3 Punkte)

*Lösung:* Weißer Zwerge = ca. Erdradius (6000km){1}, Neutronenstern (ca. 10km){1}, stellares Schwarzes Loch (1 Sonnenmasse)=3km {1}.

**Gesamt vergeben: 3**

- b) Wie groß sind die Maximalmassen von Weißen Zwergen und Neutronensternen? Worauf sind diese Grenzen zurückzuführen? .... (4 Punkte)

*Lösung:* Obere Schranken für die Massen von Weißen Zwergen und Neutronensternen sind auf die (relativistische) Entartung der Elektronen bzw. Neutronen zurückzuführen {2}. Für Weiße Zwerge ist dies die Chandrasekhar Masse:  $1.4 M_{\odot}$  {1}, für Neutronensterne die Oppenheimer-Volkoff-Masse:  $2-3 M_{\odot}$  {1}.

**Gesamt vergeben: 4**

- c) Neutronensterne wurden schon von Baade & Zwicky in den 1930er Jahren als Überreste von Supernova-Explosion vorhergesagt, aber erst in 1960ern als **Pulsare** nachgewiesen.

- i) Welche Pulsperioden werden beobachtet?
- ii) Wie kommt es zur Entstehung der gepulsten Strahlung?
- iii) Skizzieren Sie das Pulsarmodell!
- iv) Durch welche Beobachtungen wird der Zusammenhang zwischen Pulsaren und Supernova-Explosionen bewiesen?
- v) Nennen Sie ein historisches Beispiel!

..... (8 Punkte)

*Lösung:* Perioden: Millisekunden bis einige Hundert Sekunden. {1}. Leuchtturmeffekt: Schnelle Rotation und starkes Magnetfeld {2}, gerichtete Strahlung von relativistische Elektronen {1}, Skizze: schiefer Rotator mit gegeneinander geneigter Rotations- und Magnetfeldachse und Magnetfeldlinien {3}. Beispiel: Pulsar im Krebsnebel = Überrest der SN aus dem Jahre 1054 {1}

**Gesamt vergeben: 8**

- d) Berechnen Sie die Oberflächenrotationsgeschwindigkeit am Äquator eines Pulsars mit einer Periode  $P = 2$  ms und vergleichen Sie sie mit der Lichtgeschwindigkeit. .... (3 Punkte)

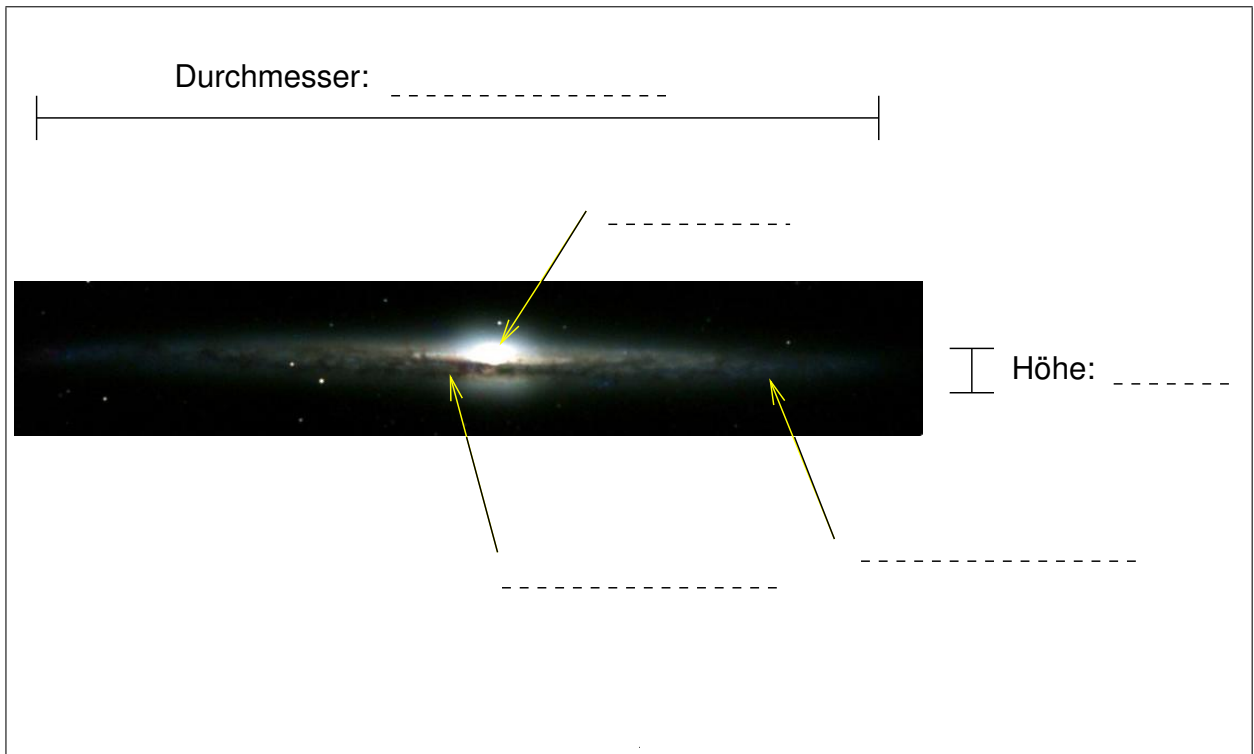
*Lösung:* Radius des Neutronensterns = 10km {1}.  $v = \frac{2\pi R}{P} = \frac{2\pi \cdot 10}{2 \cdot 10^{-3}} = 31400$  km/s {1} Lichtgeschwindigkeit  $c=300000$  km/s, entspricht also  $\sim 10\%$  der Lichtgeschwindigkeit {1}

**Gesamt vergeben: 3**

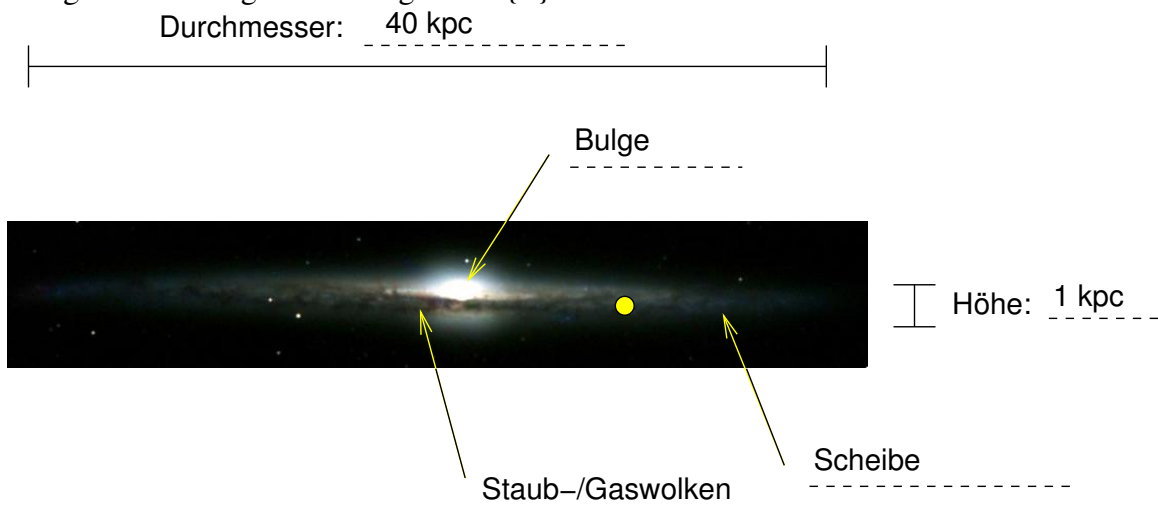
..... **Gesamt erreichbar: 18**

## Frage 2: Galaxien

- a) Das untenstehende Bild von W. McLaughlin zeigt die Galaxie NGC 4565, eine typische Spiralgalaxie, die unserer Milchstraße sehr ähnlich ist. Identifizieren Sie die in der Abbildung markierten Komponenten und geben Sie die ungefähren Größenskalen (Durchmesser und Dicke) an. Für die Dicke der Galaxienscheibe geben Sie bitte die Höhe bei einem Abstand von 50% des Galaxienradius an (Einheiten nicht vergessen!). Zeigen Sie ungefähr, wo sich in der Galaxie die Sonne befinden würde. .... (6 Punkte)



Lösung: Die Lösung dieser Aufgabe ist {6}:



Gesamt vergeben: 6

- b) Der Stern S2 umkreist das Zentrum der Milchstraße auf einer elliptischen Bahn mit großer Halbachse von  $a = 0.11$  Bogensekunden und einer Periode von 15.2 Jahren. Geben Sie  $a$  in AU an und berechnen Sie die Masse des zentralen Schwarzen Loches? ..... (7 Punkte)

Lösung: Die Entfernung des GC beträgt 8 kpc.  $a$  in radian angeben:  $a = 5.33 \cdot 10^{-7}$  rad {1} d.h.  $0.004264$  pc = 880 AU =  $1.32 \cdot 10^{14}$  m (1 pc = 206265 AU). {2} Das dritte Keplersche Gesetz ist

$$M_1 + M_2 = \frac{a^3}{P^2} \quad (s2.1)$$

{1} wo  $a$  in AU,  $P$  in Jahren und  $M$  in Sonnenmassen gemessen werden. Damit ist  $M_1 + M_2 = 2.95 \times 10^6 M_\odot$ . {2} Da Sterne typische Massen von  $M \sim 1 M_\odot$  haben, was hier vernachlässigbar ist {1}, folgt, dass die Masse der Quelle im dynamischen Zentrum der Milchstraße  $2.95 \times 10^6 M_\odot$  beträgt.

**Gesamt vergeben: 7**

c) Die Rotationskurve einer Spiralgalaxie sei gegeben durch

$$v(r) = 200(1 - e^{-r/r_0}) \text{ km/s} \tag{2.2}$$

wo  $r$  der Abstand vom Zentrum der Galaxie ist und  $r_0 = 5 \text{ kpc}$  ein charakteristischer Radius. Geben Sie unter der Annahme einer sphärisch symmetrischen Massenverteilung eine Formel für die gravitierende Masse innerhalb von  $r$ ,  $M_<(r)$  an. Berechnen Sie die Masse innerhalb einer Entfernung von 10 kpc vom galaktischen Zentrum. ....(5 Punkte)

**Lösung:** Für Kreisbahnen um eine sphärisch symmetrische Massenverteilung gilt {2}

$$\frac{GM_<(r)}{r^2} = \frac{v^2}{r} \quad \text{so daß} \quad M_<(r) = \frac{v^2 r}{G} \tag{s2.2}$$

Für  $r=10 \text{ kpc}$  ist  $v(r) = 200(1 - e^{-2}) = 173 \text{ km/s}$  {1} und

$$M_<(r) = \frac{v^2 r}{G} = 7 \cdot 10^{10} M_\odot \tag{s2.3}$$

{2}

**Gesamt vergeben: 5**

..... **Gesamt erreichbar: 18**

### Frage 3: Entfernungsskala und Kosmologie

a) Die Perioden-Leuchtkraft-Beziehung für die Maximalleuchtkraft von Cepheiden ist  $M = -2.76 \log P - 1.40$  wo  $P$  die Oszillationsperiode des Cepheiden in Tagen ist und wo der Logarithmus zur Basis 10 gemessen wird. In einer Spiralgalaxie wird ein Cepheid mit einer Periode von 25 Tagen und bei einer scheinbaren Helligkeit von 24 mag beobachtet.

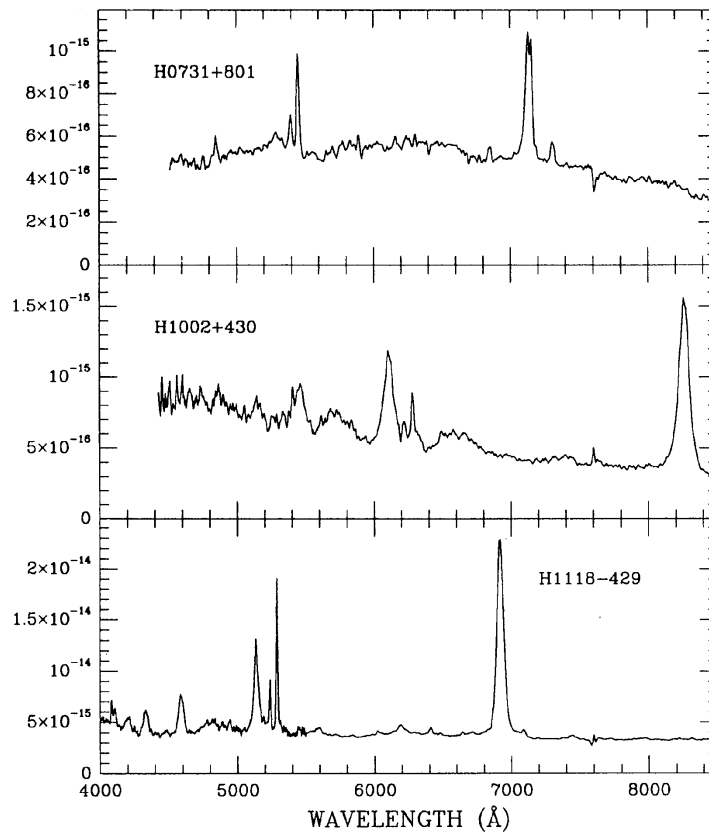
Was ist das Entfernungsmodul und was ist die Entfernung dieser Galaxie? .... (3 Punkte)

**Lösung:** Die absolute Helligkeit eines Cepheiden mit einer Periode von 25 d ist  $M = -5.26 \text{ mag}$  {1} und damit ist das Entfernungsmodul  $m - M = 29.26 = 5 \log d - 5$  {1} entsprechend einer Entfernung von 7.1 Mpc {1}.

**Gesamt vergeben: 3**

b) Die folgende Abbildung von R. Remillard et al. (1993, AJ 105, 2079) zeigt die Spektren von drei aktiven Galaxien. Die hellste Emissionslinie im Spektrum ist die  $H\alpha$  Linie, die im Ruhesystem eine Wellenlänge von  $\lambda = 656.3 \text{ nm} = 6563 \text{ \AA}$  hat.

Anmerkung: Die Einheit der  $y$ -Achse der Graphik ist  $\text{erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ \AA}^{-1}$ . Dies nur der Vollständigkeit halber; die Einheit ist nicht weiter relevant für die Bearbeitung der Aufgabe.



Bestimmen Sie die Rotverschiebung der Galaxie, die den *größten Abstand* von uns hat. Wie groß ist die Entfernung dieser Galaxie? ..... (4 Punkte)

*Lösung:* Die größte Rotverschiebung hat H1002+430. Die  $H\alpha$ -Linie wird bei ca. 8200 Å gefunden, entsprechend einer Rotverschiebung von  $z = \Delta\lambda/\lambda = 0.249$  {1}. Die Geschwindigkeit der Galaxie ist  $v = cz = 74700 \text{ km s}^{-1}$  {1}, so daß aus dem Hubble'schen Gesetz eine Entfernung von  $d = v/H_0 = 74700. \text{ km s}^{-1}/72 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} = 1040 \text{ Mpc}$  folgt {2}.

**Gesamt vergeben: 4**

c) Wie groß war der Skalenfaktor des Universums zum Zeitpunkt der Emission der Strahlung der entferntesten der drei Galaxien (heute ist  $R = 1$ )? ..... (1 Punkt)

*Lösung:* kosmologische Rotverschiebung  $\frac{R(t_e)}{R(t_0)} = \frac{1}{z+1} = 1/1.25 = 4/5$  {1}

**Gesamt vergeben: 1**

d) Was verstehen wir im Zusammenhang mit der Dunklen Materie unter MACHOs? Wie lassen sie sich nachweisen? ..... (4 Punkte)

*Lösung:* MACHO=Massive Compact Halo Objects {1}, d.h. kompakte schwach leuchtende Sterne, z.B. Braune Zwerge, Weiße Zwerge, Neutronensterne oder Schwarze Löcher {2}, Nachweis durch den Mikrolinseneffekt. {1}

**Gesamt vergeben: 4**

e) Was besagt das kosmologische Prinzip? ..... (2 Punkte)

*Lösung:* Universum ist homogen und isotrop. {2}

*Gesamt vergeben:* 2

..... **Gesamt erreichbar:** 14

..... **Gesamte Klausur:** 50