

Einführung in die Astronomie II

Sommersemester 2015

Beispielklausur – Musterlösung

**Friedrich-Alexander-Universität
Erlangen-Nürnberg**



Allgemeine Regeln

- Die Bearbeitungszeit der Klausur beträgt *eine Stunde*.
- Außer eines Taschenrechners sind *keine Hilfsmittel* erlaubt.
- *Alle Fragen sind zu bearbeiten*.
- Die maximal erreichbare Punktzahl beträgt **50 Punkte**.

Nützliche Konstanten

Parsec	$1 \text{ pc} = 206265 \text{ AU}$
Gravitationskonstante	$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$
Sonnenmasse	$M_{\odot} = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$
Sonnenleuchtkraft	$L_{\odot} = 3.9 \times 10^{26} \text{ J s}^{-1}$
Oberflächentemperatur der Sonne	$T_{\odot} = 5800 \text{ K}$
Lichtgeschwindigkeit	$c = 300000 \text{ km s}^{-1}$
Atomare Masseneinheit	$1 \text{ amu} = 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Elektronenvolt	$1 \text{ MeV} = 1.6 \times 10^{-13} \text{ J}$

Frage 1: Stellare Überreste

Ein weißer Zwerg (Radius 6400 km) bestehe aus reinem Kohlenstoff (^{12}C). Der Stern erreicht eine Masse von $1.4 M_{\odot}$ und der gesamte Kohlenstoff fusioniert schnell zu Magnesium (^{24}Mg).

- a) Die Masse eines ^{12}C -Atoms ist 12.000 amu, die von ^{24}Mg ist 23.985 amu. Bestimmen Sie die bei der Reaktion $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C} \rightarrow ^{24}\text{Mg}$ freiwerdende Energie in J und MeV. (3 Punkte)

Lösung: Der Massendefekt der Massen von zwei Kohlenstoffatomen und des Magnesiumatoms ist 0.015 amu {1}. Damit ist die freiwerdende Energie $E = \Delta mc^2 = 2.24 \times 10^{-12} \text{ J} = 14 \text{ MeV}$ {2}.

Gesamt vergeben: 3

- b) Vergleichen Sie die Bindungsenergie des Weißen Zwerges mit der bei der Konversion des Weißen Zwerges in Magnesium freiwerdenden Energie. Nehmen Sie dabei einen typischen Radius für

Weißer Zwerge an. Kommt es bei der Konversion des Weißen Zwergs damit zu einer Supernova-Explosion? (6 Punkte)

Lösung: Die Bindungsenergie des Weißen Zwergs, $\frac{3}{5}GM^2/R$ ist $4.9 \times 10^{43} \text{ J}$ {1}, für den Radius von 6400 km angenommen wurde {2}. Vor der Explosion enthält der Weiße Zwerg $N = 1.4 M_{\odot}/12.000 \text{ amu} = 1.4 \times 10^{56} \text{ }^{12}\text{C}$ -Atome {1}. Damit ist die bei der Konversion freigesetzte Energie $E_{\text{expl}} = 0.5 \cdot 1.4 \times 10^{56} \cdot 2.24 \times 10^{-12} \text{ J} = 1.57 \times 10^{44} \text{ J}$ {1}, was größer ist als die Bindungsenergie des Weißen Zwerges. Damit kann dieser in einer Supernova-Explosion auseinandergerissen werden {1}.

Gesamt vergeben: 6

c) Neben Weißen Zwergen können Sterne ihr Leben auch noch als zwei weitere Arten von Objekten beenden. Benennen Sie diese anderen Objekte sowie ihre typischen Radien. (4 Punkte)

Lösung: Neutronensterne – 10 km {2}; Schwarze Löcher – Schwarzschild Radius (Sonne) $\sim 3 \text{ km}$ {2}

Gesamt vergeben: 4

d) Was verstehen wir anschaulich unter dem Schwarzschildradius einer Masse? Geben sie die Formel an und machen Sie sie plausibel. (3 Punkte)

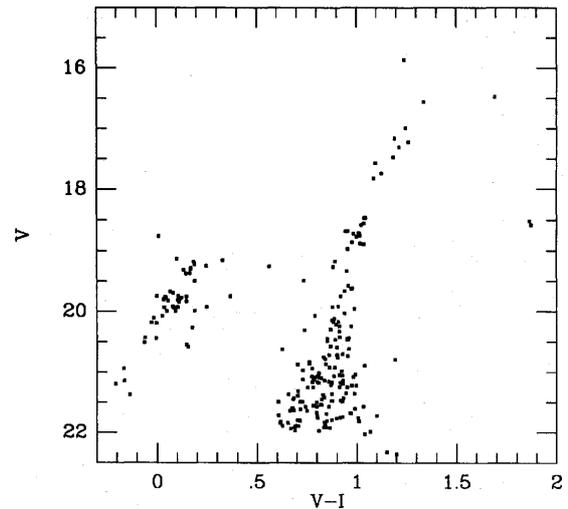
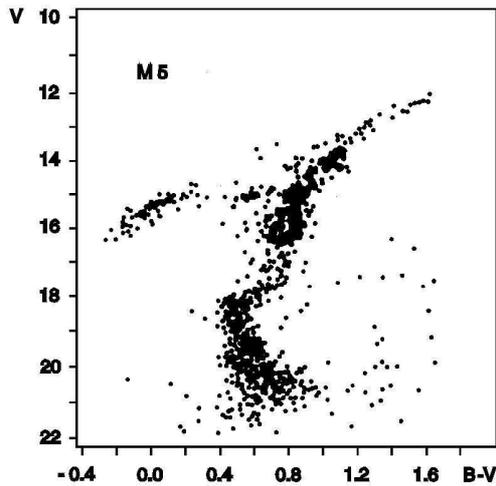
Lösung: Licht wird auf eine Kreisbahn gezwungen {1}. Formel $R_s = 2GM/c^2$ {1}, ergibt sich klassisch aus der gravitativen Anziehung eines Photons durch Gleichsetzen von kinetischer und potentieller Energie. $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{GM}{R_s}$, indem man $v=c$ setzt. Dies ist nicht korrekt, da das Photon keine Ruhemasse hat. Energie-Masse-Äquivalenz führt auf einen um Faktor 2 zu kleinen Wert. Lässt sich nur durch die ART erklären. {1}

Gesamt vergeben: 3

..... **Gesamt erreichbar: 16**

Frage 2: Entfernungsbestimmung bei Kugelsternhaufen

Die folgende Abbildung zeigt die Farben-Helligkeits-Diagramme (FHDs) des Kugelsternhaufens M5 (links) in der Milchstraße und des Kugelsternhaufens Hodge 11 (rechts) in der Großen Magellan'schen Wolke. Die y -Achse ist dabei in Magnituden angegeben, die x -Achse ist die Differenz der Helligkeiten in zwei Farbfiltern, die mit der Temperatur zusammenhängt (kleinere Werte entsprechen höheren Temperaturen).



a) Kennzeichnen Sie die Position des Horizontalastes (1 Punkt)

Lösung: Horizontale Anordnung der Sterne in der Mitte des Diagramms mit RR Lyrae Lücke {1}
Gesamt vergeben: 1

b) Bestimmen Sie den Relativabstand von Hodge 11 in Bezug auf M5. (3 Punkte)

Lösung: Der Horizontalast von Hodge 11 befindet sich bei $m_V \sim 19.5$ mag, der von M5 bei $m_V \sim 15.0$ mag {1}. Für das Entfernungsmodul gilt

$$m - M = 5 \log d - 5 \tag{s2.1}$$

Da der Horizontalast bei allen Objekten die gleiche absolute Helligkeit hat, folgt {1}

$$m_{\text{Hodge 11}} - m_{\text{M5}} = 5 \log(d_{\text{Hodge 11}}/d_{\text{M5}}) \tag{s2.2}$$

und daher {1} $d_{\text{Hodge 11}} = 7.94 d_{\text{M5}}$.

Gesamt vergeben: 3

c) Der Horizontalast hat eine absolute Helligkeit von $M = 0.6$ mag. Bestimmen Sie das Entfernungsmodul und die Entfernung von Hodge 11. (2 Punkte)

Lösung: Das Entfernungsmodul von Hodge 11 ist {1} $m - M = 18.9$ mag und daher ist die Entfernung von Hodge 11 $d = 10^{(m-M+5)/5} = 60$ kpc {1}

Gesamt vergeben: 2

..... **Gesamt erreichbar: 6**

Frage 3: Galaxien

a) Skizzieren Sie das ‘‘Hubble’sche Stimmgabeldiagramm’’ zur Galaxienklassifikation. Beschreiben Sie die vier Haupttypen von Galaxien. Anhand welcher Kriterien erfolgt eine weitere Unterklassifikation. (8 Punkte)

Lösung: Haupttypen:

- elliptische = mehr oder weniger elliptische Ansammlung von Sternen {1}
- Linsenförmige = Bulge + Scheibe (strukturlos) {1}
- normale Spiralen = Bulge + Scheibe + Spiralstruktur, {1}
- Balkenspiralen = Bulge + Balken + Scheibe + Spiralstruktur {1}
- Zeichnen des Stimmgabeldiagramms {2}
- Unterklassifikation nach Öffnungswinkel der Spiralarme (zunehmend) und Leuchtkraftverhältnis von Bulge zu Scheibe (abnehmend) {2}

Gesamt vergeben: 8

- b) Seyfert-Galaxien zeigen zwei Arten von Emissionslinien in ihren Spektren: “Dünne Linien” (“narrow lines”) mit typischen Breiten von $\Delta\lambda/\lambda \sim 0.001$ und “breite Linien” (“broad lines”) mit typischen Breiten von $\Delta\lambda/\lambda \sim 0.01$. Man vermutet, daß die Linienemission von heißen Wolken herrührt, die sich mit hoher Geschwindigkeit in Bezug auf unsere Sichtlinie bewegen. Die Linien sind verbreitert, da sich einige der Wolken mit hoher Geschwindigkeit auf uns zu, andere aber von uns weg bewegen. Die Summe der Emissionen der Einzelwolken erzeugt dann das beobachtete Profil. Benutzen Sie die Dopplerformel, um die Geschwindigkeitsdispersion der für die dünnen und die breiten Linien verantwortlichen Wolken zu bestimmen. (3 Punkte)

Lösung: Mit Hilfe der Dopplerformel

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c} \quad (\text{s3.1})$$

finden wir $v_{\text{Narrow}} = 300 \text{ km s}^{-1}$ und $v_{\text{Broad}} = 3000 \text{ km s}^{-1}$. {3}

Gesamt vergeben: 3

- c) Bei welcher Entfernung vom Zentrum des AGN befinden sich die Wolken? Nehmen Sie dazu an, daß sich die Wolken auf Kreisbahnen um ein Schwarzes Loch mit $3 \cdot 10^7 M_{\odot}$ bewegen. (3 Punkte)

Lösung: Im Fall der Bewegung auf Kreisbahnen ist

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \quad \text{so daß} \quad r = \frac{GM}{v^2} \quad (\text{s3.2})$$

Mit $M = 10^7 M_{\odot} = 2 \times 10^{37} \text{ kg}$ ergibt sich für die breiten Linien $r_{\text{BLR}} = 1.5 \times 10^{14} \text{ m} = 0.005 \text{ pc} \sim 1000 \text{ AU}$ und für die dünnen Linien $r_{\text{NLR}} = 1.5 \times 10^{16} \text{ m} = 0.5 \text{ pc}$. {3}

Gesamt vergeben: 3

- d) Die gemessene radiale Helligkeitsverteilung einer Spiralgalaxie ist $I(r) = I_0 \exp -r/R_s$ wo R_s die Skalenlänge ist.

Begründen Sie, warum Sie für Galaxien annehmen können, daß $M/L = \text{const.}$ und zeigen Sie, daß das aus dieser Helligkeitsverteilung erwartete Geschwindigkeitsprofil nicht mit dem beobachteten übereinstimmt. Was wird allgemein aus dieser Diskrepanz geschlußfolgert? (6 Punkte)

Lösung: Die Leuchtkraft von Sternen hängt sehr von ihrer Masse ab (Masse-Leuchtkraft-Relation $L \approx 10^{3.3} M$ {1}. Daher ist es wichtig die Massenfunktion der Sterne zu kennen, was nur für die

Sonnenumgebung möglich ist {1}. Wir müssen annehmen, dass die Sonnenumgebung typisch ist für alle Spiralgalaxien. Mit $M/L = \text{konstant}$ ergibt sich eine exponentiell abfallende Massenverteilung der galaktischen Scheibe {1}. Masse M_{2s} ausserhalb von ca. 2 Skalenlängen vernachlässigbar, woraus sich die Rotationskurve zu

$$v = \sqrt{\frac{GM_{2s}}{r}} \quad (\text{s3.3})$$

ergibt {1}. Die beobachteten Rotationskurven sind jedoch flach, woraus sich der Widerspruch ergibt {1}. Daraus wird die Existenz von Dunkler Materie gefolgert {1}.

Gesamt vergeben: 6

..... **Gesamt erreichbar: 20**

Frage 4: *Supernovae*

- a) Was sind Supernovae vom Typ Ia? Wie können zur Entfernungsbestimmung genutzt werden. Welche Korrektur muss dabei angebracht werden? Warum sind sie für die Kosmologie so wichtig. **(4 Punkte)**

Lösung: SNe Ia sind wahrscheinlich Weiße Zwerge, die über die Chandrasekhar-Grenze von $1.44 M_{\odot}$ gepusht werden {1}. Das ist schon in Aufgabe 1 angesprochen. Wer aufpasst hat also die Lösung schon gesehen. Ihre Maximalhelligkeit ist immer gleich (vorausgesetzt die Phillips-Korrektur wird durchgeführt), daher erfüllen SNe Ia die Kriterien für Standardkerzen – die Entfernung ergibt sich aus dem Vergleich der scheinbaren Helligkeit mit der absoluten {1}. Die Phillips-Korrektur beruht auf einer Korrelation der Steigung der Lichtkurve (gemessen nach 15 Tagen) und der Maximalhelligkeit. {1} Aufgrund der extremen Leuchtkraft der Supernovae sind diese praktisch im ganzen Universum sichtbar. Sie werden daher für die Entfernungsbestimmung sehr weit entfernter Objekte benutzt, unter anderem wurden mit ihnen Abweichungen des Expansionsgesetzes für $\Lambda = 0$ gemessen {1}.

Gesamt vergeben: 4

- b) In einer Galaxie wird einer SN Ia (Absoluthelligkeit -19.2 mag) mit einer scheinbaren Maximalhelligkeit von 22mag gemessen. Wie weit ist die Galaxie entfernt? Wie groß ist ihre scheinbare Fluchtgeschwindigkeit. **(4 Punkte)**

Lösung: Entfernungsmodul: $m - M = 41.2$ mag, daraus ergibt sich die Entfernung zu $5 \log d - 5 = 41.2$; $\log d = 46.5/5 = 9.3$; $d = 2 \text{ Gpc}$ {2}, Hubble-Relation $v = H_0 \times d = 72 \times 2000 = 144000 \text{ km s}^{-1}$ {2}.

Gesamt vergeben: 4

..... **Gesamt erreichbar: 8**

..... **Gesamte Klausur: 50**