FRIEDRICH-ALEXANDER UNIVERSITÄT ERLANGEN-NÜRNBERG
NATURWISSENSCHAFTLICHE FAKULTÄT

Einführung in die Astronomie I

Wintersemester 2015/2016
Beispielklausur – Musterlösung

Allgemeine Regeln

- Die Bearbeitungszeit der Klausur beträgt *eine Stunde* (60 Minuten).
- Außer eines Taschenrechners sind *keine Hilfsmittel* erlaubt.
- *Alle Fragen sind zu bearbeiten*.
- Geben Sie auf dem Kopf jeder Seite Ihre **Matrikelnummer** (*nicht* Ihren Namen) an!

Nützliche Konstanten

Astronomische Einheit	$1\,\mathrm{AU} = 150 \times 10^6\,\mathrm{km} = 1.5 \times 10^{11}\,\mathrm{m}$
Parsec	$1\,\mathrm{pc} = 206265\,\mathrm{AU}$
Jahreslänge	$1\,\mathrm{Jahr} = 365.25\,\mathrm{Tage}$
Tageslänge	$1\,\mathrm{Tag} = 86400\,\mathrm{s}$
Stefan-Boltzmann Konstante	$\sigma_{\mathrm{SB}} = 5.7 \times 10^{-8}\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-4}}$
Gravitationskonstante	$G = 6.67 \times 10^{-11}\,\mathrm{m^3\,kg^{-1}\,s^{-2}}$
Sonnenmasse	$M_\odot = 2 \times 10^{30}\,\mathrm{kg}$
Sonnenleuchtkraft	$L_\odot = 3.9 \times 10^{26}\,\mathrm{J\,s^{-1}}$
Erdmasse	$M_\oplus = 6 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}$
Lichtgeschwindigkeit	$c = 300000\,\mathrm{km\,s^{-1}}$

Bitte füllen Sie die folgende Information ***in GROSSBUCHSTABEN*** und **leserlich** aus.

NACHNAME, VORNAME: ______________________________

MATRIKELNUMMER: ______________________________

STUDIENFACH: ______________________________

FACHSEMESTER: ______________________________

Frage 1: *Sonnensystem*

a) Der zur Zeit hellste Komet am Himmel ist C/2012 R1 Lovejoy. Er wurde am 09.09.2013 entdeckt. Die Exzentrizität der Bahn des Kometen ist $e = 0.998392$. Der Komet war am 22.12.2013 im Perihel und hatte da eine Entfernung von $d_{\mathrm{Perihel}} = 0.81182$ AU vom Zentrum der Sonne.

i Was ist die große Halbachse der Kometenbahn? . . . . [2 Punkte]

Lösung: Aus der Formel für die Perihelentfernung

$$d_{\mathrm{Perihel}} = a(1-e) \tag{s1.1}$$

ergibt sich **{2}**

$$a = \frac{d_{\mathrm{Perihel}}}{1-e} = 504.8\ \mathrm{AU} \tag{s1.2}$$

vergebene Punkte: 2

ii Berechnen Sie die Umlaufzeit des Kometen. . . . . [2 Punkte]

Lösung: Die Periode kann aus der für das Sonnensystem geltenden Form des 3. Kepler'schen Gesetzes **{1}** einfach ermittelt werden **{1}**:

$$\left(\frac{P}{1\ \mathrm{year}}\right)^2 = \left(\frac{a}{1\ \mathrm{AU}}\right)^3 \quad \Longrightarrow \quad P = a^{3/2} = 1.134 \times 10^4\ \mathrm{Jahre} \tag{s1.3}$$

vergebene Punkte: 2

iii Was ist die wahrscheinlichste Ursprungsregion des Kometen? . . . . [2 Punkte]

Lösung: Angesichts der großen Umlaufzeit und der sehr großen Halbachse kam der Komet wahrscheinlich aus der Oort'schen Wolke.**{2}**

vergebene Punkte: 2

iv Der Komet hatte im Dezember eine scheinbare Helligkeit von 4.5 mag. Zur Zeit ist der vom Kometen gemessene Fluß 2% des Flusses vom Dezember. Berechnen Sie die scheinbare Helligkeit des Kometen. Kann er noch mit dem bloßen Auge gesehen werden? Begründen Sie Ihre Antwort! . . . . [4 Punkte]

Lösung: Aus der Definition der Magnitude

$$m_2 - m_1 = 2.5 \log_{10}(F_1/F_2) \tag{s1.4}$$

folgt **{2}**

$$m_2 = m_1 + 2.5 \log_{10}(F_1/F_2) = 8.75\ \mathrm{mag} \tag{s1.5}$$

Der Komet kann also nicht mehr mit dem bloßen Auge gesehen werden (Grenzhelligkeit für das Auge ist ~5 mag)**{2}**

vergebene Punkte: 4

b) Nennen Sie drei wesentliche Eigenschaften der jupiterähnlichen Planeten. . . . . [3 Punkte]

Lösung: zum Beispiel **{3}**:

- Zusammensetzung hauptsächlich H/He
- Keine feste Oberfläche
- Viele Monde
- Ringsysteme

vergebene Punkte: 3

c) Der 2004 entdeckte Zwergplanet Orcus befindet sich zur Zeit in einer Entfernung von 48 AU von der Sonne.

i Die Solarkonstante der Erde, d.h. der pro Quadratmeter auf die "Oberfläche" der Erdatmosphäre auftreffende Strahlungsfluß der Sonne, beträgt $1360\,\mathrm{W\,m^{-2}}$. Was ist die Solarkonstante von Orcus? .... [2 Punkte]

Lösung: Da

$$F = \frac{L}{4\pi d^2} \tag{s1.6}$$

verhalten sich die Solarkonstanten wie $(d_{\mathrm{Erde}}/d_{\mathrm{Orcus}})^2$ **{1}**, d.h. die Solarkonstante von Orcus ist $S_{\mathrm{Orcus}} = 0.59\,\mathrm{W\,m^{-2}}$.**{1}**

vergebene Punkte: 2

ii Orcus hat eine hohe Albedo, d.h. er reflektiert 30% der auffallenden Strahlung. Die restliche auffallende Energie kann dazu benutzt werden, den Zwergplaneten aufzuheizen. Nehmen Sie an, dass Orcus schnell genug rotiert, dass er sich im Strahlungsgleichgewicht befindet, d.h. die von der bestrahlten Seite aufgenommene Strahlungsleistung und die von der Oberfläche von Orcus abgegebene Strahlungsleistung seien identisch. Bestimmen Sie unter diesen Annahmen die Oberflächentemperatur des Objektes. Dabei können Sie davon ausgehen, dass Orcus wie ein Schwarzer Körper strahlt. .... [5 Punkte]

Lösung: Die von Orcus aufgenommene Strahlungsleistung ist**{1}**

$$P_{\mathrm{absorbiert}} = (1-\epsilon)\cdot S_{\mathrm{Orcus}}\cdot \pi r_{\mathrm{Orcus}}^2 \tag{s1.7}$$

wo $\epsilon = 0.3$. Gleichsetzen mit der abgestrahlten Leistung ergibt dann**{3}**

$$P_{\mathrm{absorbiert}} = P_{\mathrm{strahlung}} = 4\pi r_{\mathrm{Orcus}}^2 \sigma_{\mathrm{SB}} T_{\mathrm{Orcus}}^4 \tag{s1.8}$$

bzw.

$$T_{\mathrm{Orcus}} = \left(\frac{P_{\mathrm{absorbiert}}}{4\pi r_{\mathrm{Orcus}}^2\sigma_{\mathrm{SB}}}\right)^{1/4} = \left(\frac{(1-\epsilon)S_{\mathrm{Orcus}}\pi r_{\mathrm{Orcus}}^2}{4\pi r_{\mathrm{Orcus}}^2\sigma_{\mathrm{SB}}}\right)^{1/4} = \left(\frac{(1-\epsilon)S_{\mathrm{Orcus}}}{4\sigma_{\mathrm{SB}}}\right)^{1/4} \tag{s1.9}$$

Daraus ergibt sich eine Temperatur von 37 K **{1}**.

vergebene Punkte: 5

iii Wodurch könnte die hohe Albedo von Orcus erklärt werden? .... [2 Punkte]

Lösung: Die Temperatur ist so gering, dass die Atmosphäre ausgefroren ist **{1}**. Sie besteht daher wohl aus einem hellen Eis **{1}**.

vergebene Punkte: 2

iv Die Entdecker von Orcus schätzen seinen Durchmesser auf 950 km. Ist es möglich, Oberflächendetails von Orcus mit Teleskopen von der Erdoberfläche aus zu beobachten (mit quantitativer Begründung!)? . . . . [3 Punkte]

Lösung: Der Winkeldurchmesser von Orcus beträgt **{2}**

$$\theta = \frac{r_{\mathrm{Orcus}}}{d_{\mathrm{Orcus}}} = \frac{950\,\mathrm{km}}{48\,\mathrm{AU}} = 1.32 \times 10^{-7}\,\mathrm{rad} = 0.027'' \tag{s1.10}$$

Dieser Durchmesser ist zu klein, um von der Erdoberfläche aus beobachtbar zu sein, weil das Seeing eine Beschränkung auf ca. 0.5″ liefert **{1}**

vergebene Punkte: 3

Frage 2: *Sterne*

a) Ein sonnenähnlicher Stern ($M = 1\,M_\odot$) werde von einem jupiterähnlichen Planeten mit Masse $M = M_{♃} = 320\,M_{♁}$ auf einer Kreisbahn mit Radius $a = 2$ AU umkreist.

i Berechnen Sie die Schwerpunktsgeschwindigkeit des Sterns aufgrund der Bewegung des Planeten . . . . [4 Punkte]

Lösung: Da der Stern sonnenähnlich ist, gilt das 3. Kepler'sche Gesetz in der Form für das Sonnensystem. Damit ist die Umlaufzeit**{1}**

$$P = a^{3/2} = 2.83\,\mathrm{Jahre} \tag{s2.1}$$

Für den Schwerpunktsabstand des Sterns gilt **{2}**

$$M_* a_* = M_{♃} a_{♃} \quad \Longrightarrow \quad a_* = \frac{M_{♃}}{M_*} a_{♃} = 0.002\,\mathrm{AU} = 288000\,\mathrm{km} \tag{s2.2}$$

und damit ist die Geschwindigkeit des Sterns **{1}**

$$v = \frac{2\pi a_*}{P} = 20\,\mathrm{m\,s^{-1}} \tag{s2.3}$$

vergebene Punkte: 4

ii Nennen Sie drei weitere Verfahren, extrasolare Planeten zu finden . . . . [3 Punkte]

Lösung: **{3}**

- Bewegung (à la Sirius)
- Bedeckungen
- direct imaging

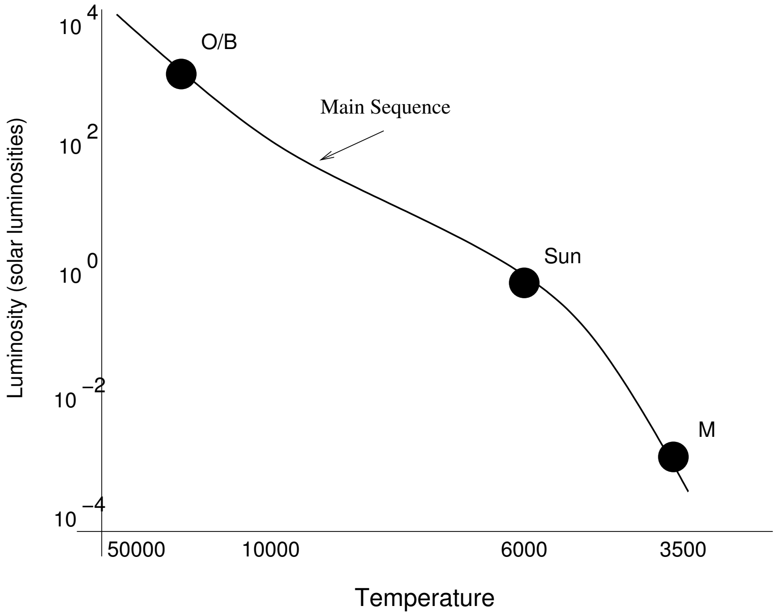
vergebene Punkte: 3

iii Können die bislang gefundenen Planetensystem als repräsentativ für andere Planetensysteme gesehen werden? Kurze Begründung! . . . . [3 Punkte]

Lösung: Nein **{1}**. Biasing hin zu hohen Massen und kurzen Perioden **{2}**

vergebene Punkte: 3

b) Zeichnen Sie ein Hertzsprung-Russell-Diagramm, wie es Theoretiker zeichnen würden, d.h. mit Achsen für Leuchtkraft in solaren Einheiten und Temperatur. Zeichnen Sie in das Diagramm die Hauptreihe, die Lage der Sonne, und die Lage von Hauptreihensternen der Spektraltypen B, G und M ein. Vergessen Sie die Achsenbeschriftung nicht! . . . . [6 Punkte]



Lösung:

Wichtige Punkte sind: Leuchtkraftspanne **{1}**, Temperaturbereich **{1}**, Lage und Form der Hauptreihe **{1}**, Lage der Sonne, sowie Erkenntnis, dass die Sonne ein G-Stern ist **{1}**, Lage der Spektraltypen B und M **{2}**.

vergebene Punkte: 6

c) Die Solarkonstante, d.h. der durch eine Kugel mit Radius 1 AU fliessende Strahlungsfluß beträgt $F = 1370\,\mathrm{W\,m^{-2}}$.

i. Bestimmen Sie aus den obigen Angaben die Leuchtkraft der Sonne. . . . . [3 Punkte]

Lösung: Unter Benutzung von **{1}**

$$F = \frac{L}{4\pi r^2}$$

ergibt sich die Sonnenleuchtkraft, L, zu **{2}**

$$L = 4\pi r^2 F = 4\pi \cdot 2.25 \times 10^{22}\,\mathrm{m^2} \cdot 1370\,\mathrm{W\,m^{-2}} = 3.9 \times 10^{26}\,\mathrm{W}$$

vergebene Punkte: 3

ii. Von der Erde aus betrachtet hat die Sonne einen Winkeldurchmesser von 0.5°. Bestimmen Sie daraus den Durchmesser der Sonne in km. Welche Näherung können Sie machen? [2 Punkte]

Lösung: Der Winkeldurchmesser der Sonne in Radian ist **{1}**

$$\alpha = 0.5^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} = 8.7 \times 10^{-3}\,\mathrm{rad}$$

Daher ist der Sonnendurchmesser gegeben durch **{1}**

$$D = \alpha r = 8.7 \times 10^{-3} \cdot 1.5 \times 10^{11}\,\mathrm{m} = 1.3 \times 10^{6}\,\mathrm{km}$$

(N.B. Beachte, daß hier aufgrund der kleinen Winkel *keine* Trigonometrie notwendig ist!)

vergebene Punkte: 2

iii. Bestimmen Sie mit Hilfe des Stefan-Boltzmann'schen Gesetzes die Oberflächentemperatur der Sonne. .... [2 Punkte]

Lösung: Die Oberflächentemperatur der Sonne ist **{1}**

$$T = \left(\frac{L}{4\pi R^2 \sigma_{\mathrm{SB}}}\right)^{1/4} = \left(\frac{3.9 \times 10^{26}\,\mathrm{W}}{4 \times 3.1414 \times 4.9\,10^{17}\mathrm{m}^2\,5.7 \times 10^{-8}\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-4}}}\right)^{1/4} = 5774\,\mathrm{K}$$

{1}

vergebene Punkte: 2

d) Ein sonnenähnlicher Stern (gleiche absolute Helligkeit wie die Sonne) und ein Stern mit den Eigenschaften von Sirius befinden sich in einem Doppelsternsystem. Was ist die absolute Helligkeit des Gesamtsystems? .... [2 Punkte]

Lösung: Aus der Definition der Magnitude ergibt sich **{1}**

$$\frac{I_1}{I_c} = 10^{-\frac{2}{5}(m_1 - m_c)} \qquad \text{(s2.4)}$$

wo m_c die Magnitude und I_c Intensität eines Vergleichssterns sind.

$$\frac{I_1 + I_2}{I_c} = 10^{-\frac{2}{5}(m_1 - m_c)} + 10^{-\frac{2}{5}(m_2 - m_c)} \qquad \text{(s2.5)}$$

Sei obdA $m_c = 0\,\mathrm{mag}$. Dann ist

$$\frac{I_1 + I_2}{I_c} = 10^{-\frac{2}{5}m_1} + 10^{-\frac{2}{5}m_2} \qquad \text{(s2.6)}$$

und damit**{1}**

$$m_{\mathrm{tot}} = -2.5 \log\left(10^{-\frac{2}{5}m_1} + 10^{-\frac{2}{5}m_2}\right) \qquad \text{(s2.7)}$$

was natürlich auch für absolute Helligkeiten gilt. Als Zahlenwert ergibt sich mit den Werten aus Teilaufgabe a) oben $M_{\mathrm{tot}} = -1.5$ (d.h. der siriusähnliche Stern würde die Sonne komplett überstrahlen).

vergebene Punkte: 2

.... **Gesamt erreichbar: 50**

.... **Gesamte Klausur: 50**